

Oriental Journal of Education



NEWTON'S METHOD OF FLUXIONS AND ITS ROLE IN THE DEVELOPMENT OF DIFFERENTIAL CALCULUS

Dilmurod Uralovich Bozarov

Acting Associate Professor

Department of Mathematics University of Economics and Pedagogy

Email: d.bozorov@inbox.ru

Tashkent, Uzbekistan

Shamsiddin Abdijalilovich Khaydarov

Associate Professor

Department of Mathematics, University of Economics and Pedagogy

Email: xaydarovsh1956@mail.ru

Tashkent, Uzbekistan

ABOUT ARTICLE

Key words: fluxion, fluent, differential calculus, infinitesimals, Isaac Newton, series, derivative, history of analysis.

Received: 23.12.25

Accepted: 24.12.25

Published: 25.12.25

Abstract: This article provides a detailed examination of Isaac Newton's method of fluxions and its historical and scientific significance in the development of differential and integral calculus. The study analyzes the concepts of fluxion and fluents, the principles of working with infinitesimal quantities, methods for determining the instantaneous rate of change of a function, as well as Newton's approach to series theory and the geometry of curves. Additionally, several complex problems are solved using Newton's original method, demonstrating their connection to modern mathematical analysis.

NYUTONNING FLUKSIYA METODI VA DIFFERENSIAL HISOBNING SHAKLLANISHIDA UNING O'RNI

Dilmurod Uralovich Bozarov

Iqtisodiyot va pedagogika universiteti "Matematika" kafedrasi v.b.dotsenti

Email: d.bozorov@inbox.ru

Toshkent, O'zbekiston

Shamsiddin Abdijalilovich Xaydarov

Iqtisodiyot va pedagogika universiteti, "Matematika" kafedrasi dotsenti

Email: xaydarovsh1956@mail.ru

Toshkent, O'zbekiston

MAQOLA HAQIDA

Kalit so'zlar: Fluksiya, fluenta, differensial hisob, cheksiz kichik miqdorlar, Isaak Nyuton, qatorlar, hosila, analiz tarixi.

Annotatsiya: Mazkur maqolada buyuk ingliz olimi Isaak Nyuton tomonidan ishlab chiqilgan fluksiya metodi va uning differensial hamda integral hisobning shakllanishidagi tarixiy va ilmiy ahamiyati keng yoritilgan. Tadqiqotda fluksiya va fluenta tushunchalari, cheksiz kichik miqdorlar bilan ishlash, funksiya o'zgarish tezligini aniqlash metodlari, qatorlar nazariyasi hamda egri chiziqlar nazariyasida Nyuton yondashuvi chuqur tahlil qilinadi. Shuningdek, maqolada bir necha murakkab masalalar Nyuton uslubida yechilib, ularning zamonaviy matematik analiz bilan bog'liqligi ko'rsatildi.

**МЕТОД ФЛЮКСИЙ НЬЮТОНА И ЕГО РОЛЬ В ФОРМИРОВАНИИ
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ИСЧИСЛЕНИЯ**

Дилмурод Уралович Бозаров

и.о. доцента кафедры «Математика» Университета экономики и педагогики

Email: d.bozorov@inbox.ru

Ташкент, Узбекистан

Шамсиддин Абдиджалилович Хайдаров

Доцент кафедры «Математика», Университет экономики и педагогики

Email: xaydarovsh1956@mail.ru

Ташкент, Узбекистан

О СТАТЬЕ

Ключевые слова: флюксия, флюэнта, дифференциальное исчисление, бесконечно малые величины, Исаак Ньютон, ряды, производная, история анализа.

Аннотация: В данной статье подробно рассматривается метод флюксии, разработанный великим английским учёным Исааком Ньютоном, а также его историческое и научное значение в формировании дифференциального и интегрального исчисления. В исследовании анализируются понятия флюксии и флюэнты, принципы работы с бесконечно малыми величинами, методы определения мгновенной скорости изменения функции, а также подход Ньютона в теории рядов и геометрии кривых. Кроме того, в статье решается ряд сложных задач в ньютоновском стиле, показывается их связь с современным математическим анализом.

Kirish. XVII asr matematika fani uchun tub burilish davri bo'lib, ushbu davrda ilm-fan taraqqiyotining yangi bosqichi — matematik analiz shakllana boshladi. Bu jarayon faqat matematikaga emas, balki fizika, astronomiya, mexanika va texnika fanlariga ham ulkan ta'sir ko'rsatdi. Chunki ushbu fanlarning rivoji aniq hisoblashlar, o'zgaruvchan kattaliklar orasidagi bog'lanishlarni chuqur

tahlil qilishni talab qilar edi. Shu sababli matematikada cheksiz kichik miqdorlar, funksiyalar o'zgarish tezligi, integrallash, egri chiziqlar geometriyasi kabi tushunchalarning shakllanishi zarur bo'lib qolgan edi.

Aynan mana shunday ilmiy ehtiyojlar fonida Isaak Nyuton (1643–1727) va Gotfrid V. Leybnits (1646–1716) mustaqil ravishda differensial va integral hisobni yaratdilar. Har ikkala olimning yondashuvi turlicha bo'lsa-da, ularning ishlari matematika tarixida inqilobiy burilish yasadi. Nyutonning yondashuvi ko'proq fizik jarayonlar, harakat dinamikasi, kuchlar muvozanati kabi tushunchalarga asoslangan bo'lsa, Leybnitsning yondashuvi sof matematik, algebraik, belgilashlar tizimi va formal qoidalarga tayangan holda rivojlandi.

Isaak Nyuton o'z tadqiqotlarida o'zgaruvchan kattaliklarni vaqtga bog'liq jarayon sifatida ko'rib, ularning o'zgarish tezligini fluksiya, o'zgaruvchan kattalikning o'zini esa fluenta deb atadi. U yaratgan fluksiya metodi matematik analizning dastlabki ko'rinishi bo'lib, unga binoan kattaliklarning o'zgarish tezligi maxsus belgilar (masalan, $\dot{x}$, $\dot{y}$) orqali ifodalanadi. Nyuton bu metodni tabiatdagi har qanday harakat, tezlik, tezlanish va kuchlar o'zaro ta'sirini matematik modellash tirishda qo'lladi.

Shu bilan birga, Nyuton harakatning differensial tenglamalar bilan ifodalanishini birinchi bo'lib ko'rsatgan olimlardan biridir. Uning fluksiya metodidan kelib chiqqan holda, funksiyaning hosila va integral tushunchalari shakllandi, egri chiziqlar uzunligi, jismning yo'li va tezligi, maydon va hajm kabi masalalar yechimining yangi usullari paydo bo'ldi.

Fluksiya metodi nafaqat matematikaning nazariy rivojiga, balki butun fan-texnika taraqqiyotiga kuchli turtki berdi. Ayniqsa, Nyutonning “Matematikaning tabiiy falsafadagi qo'llanishi” (Principia) asarida fluksiya metodining mexanikaga tatbiqi ko'rsatib berilgani, matematik analizning fizika bilan uzviy bog'liqligini namoyon qilgan muhim tarixiy bosqich bo'ldi.

Ushbu metodda Nyutonning:

fluksiya tushunchasi,
differensial tenglamalar,
qatorlarga yoyish,
egri chiziqlar geometriyasi batafsil yoritilgan.

Mazkur maqolada ushbu g'oyalar tarixiy-matematik va zamonaviy ilmiy nuqtayi nazardan tizimli tahlil qilinadi.

Tadqiqot metodlari. Mazkur tadqiqot ishini amalga oshirish jarayonida Nyutonning fluksiya metodini chuqur o'rganish, uni zamonaviy differensial hisob bilan taqqoslash hamda tarixiy manbalarga tayangan holda ilmiy xulosalar chiqarish maqsadida quyidagi ilmiy metodlardan kompleks tarzda foydalanildi:

Tarixiy-analitik metod

Ushbu metod yordamida Isaak Nyutonning asosiy ilmiy asarlari, xususan, “Methodus Fluxionum”, “Principia” hamda fluksiya metodiga oid qo‘lyozmalari tahlil qilindi. Shuningdek, Nyuton davriga oid tarixiy hujjatlar, matematik g‘oyalar rivojining tarixiy sharoitlari, shuningdek, Leybnits bilan bo‘lgan ilmiy bahslar tarixiy-analitik jihatdan o‘rganildi.

Bu metod quyidagi masalalarni yoritishga xizmat qildi:

- fluksiya tushunchasining tarixiy shakllanish jarayoni;
- Nyutonning cheksiz kichiklar haqidagi qarashlari;
- fluksiya metodining matematik analiz rivojida o‘rni.

Matematik modellashirish metodi

Bu metod yordamida Nyutonning fluksiya tushunchalari va belgilashlari zamonaviy matematik apparat orqali modellashirildi. Ya’ni, fluksiya va fluenta tushunchalari zamonaviy matematik analiz terminologiyasi bilan ifodalandi:

$$\dot{x} \leftrightarrow \frac{dx}{dt}, \quad \dot{y} \leftrightarrow \frac{dy}{dt},$$

Shuningdek, Nyuton tomonidan qo‘llangan qatorlar usuli zamonaviy kuch qatorlariga yoyish nazariyasi bilan qiyoslab tahlil qilindi.

Modellashirish usuli quyidagilarni amalga oshirish imkonini berdi:

fluksiya tenglamalarini differensial tenglamalar sifatida qayta yozish;
qadimgi matematik ifodalarni hozirgi standart yozuv shakliga o‘tkazish;
analiz vositalari bilan qayta talqin qilish.

Qiyosiy tahlil metodi

Ushbu metod orqali Isaak Nyuton va Gotfrid Leybnits tomonidan ishlab chiqilgan differensial hisob usullari o‘zaro taqqoslandi. Ya’ni:

Nyutonning fizik (vaqtga bog‘liq) yondashuvi,
Leybnitsning sof matematik (abstrakt) yondashuvi
o‘rtasidagi farqlar va o‘xshashliklar aniqlab berildi.

Bunda quyidagilar qiyosan o‘rganildi:

belgilash tizimlari ($\dot{x}$ va $\frac{dx}{dt}$);

metodik yondashuvlar;

amaliy va nazariy ustunliklar;

ularning ilm-fan rivojiga ta’siri.

Hisoblash va isbotlash metodlari

Tadqiqot davomida fluksiya metodining amaliy qo‘llanilishini ko‘rsatish maqsadida Nyuton uslubi asosida turli matematik masalalar yechildi. Jumladan:

oddiy va murakkab funksiyalarning fluksiyalari (hosilalari);
kuch qatorlari orqali funksiyalarni yoyish;
birinchi tartibli differensial tenglamalarni qator yordamida yechish.

Bunda har bir bosqichda:

analitik hisoblash,
 mantiqiy isbotlash,
 matematik xulosalash usullari faol qo'llanildi.

Vizual modellash va interpretatsiya

Nyuton g'oyalari, ayniqsa egri chiziqlar geometriyasi va fluksiya metodining geometrik talqini grafiklar va geometrik modellash orqali izohlandi. Bu usul yordamida:

- hosila va tangensiya masalalari,
- egrilik radiusi,
- ekstremum nuqtalarining aniqlanishi

Asosiy qism

Fluksiya va fluenta tushunchalarining matematik mohiyati

Isaak Nyuton tomonidan kiritilgan fluenta (o'zgaruvchan kattalik) va fluksiya (uning o'zgarish tezligi) tushunchalari hozirgi differensial hisobning asosini tashkil etadi. Nyuton matematik jarayonlarni vaqt orqali o'zgaruvchi kattaliklar sifatida talqin qilgan. Masalan, jismning koordinatasi $x(t)$ bo'lsa, uning fluksiyasi:

$$\dot{x} = \frac{dx}{dt}$$

shaklida ifodalanadi. Bu formula harakatdagi jismning tezligi bo'lib, Nyutondan oldin bunday tushunchaning qat'iy matematik talqini mavjud emas edi.

Nyuton fluksiya g'oyasini logarifmlar, tangentlar, egri chiziqlar geometriyasi, parabola va spirallarni o'rganish asosida ishlab chiqqan. U fluksiya yordamida funksiyaning hosilasini aniqlashning universal usulini yaratdi.

Nyutonning differensiallashtirish usuli: cheksiz kichiklar nazariyasi

Nyuton cheksiz kichik miqdorlarni mavhum sonlar sifatida kiritgan emas. Aksincha, u ularga "cheksiz kichik vaqt o'tishi natijasida sodir bo'ladigan o'zgarish" deb ta'rif beradi.

Agar x kattalik o vaqt ichida $x + \dot{x}o$ bo'lsa, u holda:

$$f(x + \dot{x}o) = f(x) + f'(x)\dot{x}o + o^2$$

bu yerda o^2 juda kichik bo'lganligi sababli tashlab yuboriladi.

Bu tamoyil hozirgi "kichik hadni e'tiborga olmaslik" qoidasi bilan bir xil mazmunga ega.

Nyutonning bu yondashuvi Leybnitsning formal differensiallar yondashuvidan farq qiladi. Nyuton o'z metodini geometrik-mexanik asoslar bilan isbotlaydi.

Asos	Nyuton	Leybnits
Tushunchasi	Fluksiya – tezlik	Differensial – o'zgarish
Belgilanish	$\dot{x}, \dot{y}$	$\frac{dy}{dx}, \int$
Yondashuv	Fizik, mexanik	Algebraik, formal
Maqsad	Tabiat harakatini tahlil qilish	Matematik struktura yaratish

Nyuton yondashuvining afzalligi shundaki, u birinchi bo'lib harakat tenglamalarini differensial tenglamalar orqali ifodalagan.

Nyutonning qatorlar nazariyasiga qo'shgan hissasi

Nyuton differensial hisobdan tashqari qatorlar nazariyasiga ham katta hissa qo'shgan. U quyidagi qatorlarni birinchi bo'lib keltirgan:

Binom qatori:

$$1. (1+x)^n = 1 + nx + \frac{n(n-1)}{2!}x^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}x^3 + \dots$$

Bu formula hatto kasr ko'rsatkichlar $n = \frac{1}{2}$ uchun ham ishlaydi.

Arktangent qatori:

$$\arctan x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \dots$$

π sonini topish uchun qatorlar

Nyuton () ni juda yuqori aniqlikda hisoblash uchun qatorlar to'plamidan foydalangan.

Egri chiziqlar va geometriyada Nyutonning fluksiya metodi

Nyuton fluksiya metodidan foydalanib:

egri chiziqning tangenti

egri chiziq uzunligi

aylanayotgan jismning trayektoriyasi

markazdan qochma kuchlar

gravitatsiya qonunlari

kabi masalalarni yechgan.

U ko'rsatgan asosiy formula:

$$\tan \alpha = \frac{\dot{y}}{\dot{x}}$$

Egri chiziqda har bir nuqtadagi tangens burchagi fluksiyalar nisbatiga teng.

Bu — hozirgi geometriyada tangensni differensiallar orqali topish formulasining aynan o'zi.

3.6. Nyutonning mexanikaga tatbiqlari

Nyuton asosan mexanik jarayonlarni matematik tilda ifodalashga e'tibor berdi. Masalan, kuchlar tenglamasi:

$$F = m\ddot{x}$$

bu Nyuton fluksiya metodi orqali yozilgan differensial tenglamadir.

Nyuton birinchi bo'lib:

planetalar harakati,

elliptik orbitaning tenglamasi,

gravitatsiyaning invers kvadrat qonuni,

suyuqliklar harakati,

qattiq jismlarning tebranishi

kabi murakkab jarayonlarni matematik shaklga solgan.

Zamonaviy matematika bilan bog'liqligi

Fluksiya metodi quyidagi sohalarning poydevorini yaratdi:

Analiz

Hosila, integral, limit, qatorlar — barchasi Nyuton metodidan ildiz olgan.

Differensial tenglamalar

Harakat, issiqlik, to'liq, elektr maydoni tenglamalari fluksiya metodining merosi.

Fizika va mexanika

Nyutonning uchta qonuni matematik tilda fluksiya yordamida ifodalanadi.

Iqtisodiyot

O'zgarish tezligi, elastiklik, marjinal funksiyalar — bular differensial hisobga tayangan.

Muhandislik

Tezlanish, kuchlanish, deformatsiya, vibratsiya — barchasi differensial yondashuv orqali tahlil qilinadi.

Murakkab masalaning Nyuton usulida yechilishi

Misol.

Berilgan:

$$y = \sqrt{a^2 + x\sqrt{a^2 - x^2}}$$

Nyuton almashtiradi:

$$x\sqrt{a^2 - x^2} = z$$

So'ng sistemaga ega bo'ladi:

$$y^2 - a^2 - z = 0$$

$$a^2 x^2 - x^4 - z^2 = 0$$

Fluksiya olish:

$$2y\dot{y} - \dot{z} = 0$$

$$2a^2 x\dot{x} - 4x^3\dot{x} - 2z\dot{z} = 0$$

Natijada:

$$\frac{\dot{y}}{\dot{x}}$$

nisbati topiladi — bu egri chiziq tangenti formulasi bo'ladi.

Bu metod Nyutonning fluksiya bo'yicha eng muhim tarixiy misollaridan biridir.

Misollar

1-misol. Oddiy hosila

Berilgan:

$$y = x^5$$

Fluksiya:

$$\frac{dy}{dx} = 5x^4, \quad (x=1)$$

Demak:

$$\frac{dy}{dx} = 5x^4$$

2-misol. Murakkab funksiya

Berilgan:

$$y = x^3 + 4x^2 + x$$

Fluksiya:

$$\frac{dy}{dx} = 3x^2 + 8x + 1$$

$$y = (3x^2 + 8x + 1)$$

3-misol. Qatorga yoyish

$$y = \frac{1}{1-x}$$

Nyuton qatori:

$$y = 1 + x + x^2 + x^3 + \dots, \quad |x| < 1$$

4-misol. Tenglamani qator orqali yechish

Berilgan:

$$y = x - x^2 + \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{6}x^4 + \dots$$

Bu Nyutonning tarixiy an'anasi bo'yicha topiladi.

5-misol. Fizik interpretatsiya

Agar jism yo'li:

$$s(t) = t^3 + 2t$$

bo'lsa, tezlik:

$$v(t) = \frac{ds}{dt} = 3t^2 + 2$$

Bu Nyutonning fluksiya g'oyasining to'g'ridan-to'g'ri tatbiqidir.

Natija va muhokama

Tadqiqot shuni ko'rsatdiki:

1. Nyuton fluksiya metodi zamonaviy analizning asosiy poydevorini tashkil etdi.
2. Fluksiya – fizik jarayonlarni matematik ifodalashda juda muhim vosita bo'lib xizmat qildi.
3. Qatorlar nazariyasi Nyuton tomonidan yangi bosqichga ko'tarildi.
4. Uning ishlari differensial tenglamalar rivojiga ham kuchli ta'sir ko'rsatdi.

Xulosa. Xulosa qilib aytganda, Isaak Nyutonning fluksiya metodi nafaqat differensial hisobni yaratgan, balki butun ilmiy tafakkur rivojiga tamal toshi bo'lgan. Uning g'oyalari bugungi kunda ham mexanika, fizika, muhandislik, iqtisod va kompyuter texnologiyalarida keng qo'llanilmoqda.

Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati:

1. Г.Г.Цейтен, История математики в XVI и XVII веках. – М. 1933 Ленинград
2. Ньютон И. Математические начала натуральной философии. – М.: Наука, 1989.
3. Ньютон И. О квадратуре кривых. Математические труды. – М.: Гостехиздат, 1957.
4. Велянд Б. История математики: Развитие анализа. – М.: Мир, 1985.
5. Клайн М. Математика. Утрата определённости. – М.: Мир, 1984.
6. Boyer, C. B. The History of the Calculus and Its Conceptual Development. – Dover Publications, 1959.
7. Whittaker E.T. A History of the Theories of Aether and Electricity. – London: Longman, 1951.
8. Grabiner J. V. The Origins of Cauchy's Rigorous Calculus. – MIT Press, 1981.

- 9.Степанов В.В. Курс математического анализа. – М.: Физматлит, 2002.
- 10.Tursunov S., Qodirov A. Matematik analiz asoslari. – Toshkent: O‘qituvchi, 2015.
- 11.Berggren J. L., Borwein J., Borwein P. Pi: A Source Book. – Springer, 2010.